

Aufgabe 1: Zum warm werden

Zeigen Sie, daß

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n \quad \text{ist.}$$

Aufgabe 2: Kontinuierliche Verteilung

Sei $p(x)$ die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung mit Konstanten B und k , und ihre Momente M_n ,

$$p(x) = B e^{-kx} \quad , \quad M_n = \int_0^{\infty} x^n p(x) dx .$$

- a) Berechnen Sie M_0 und bestimmen Sie B aus der Forderung $M_0 = 1$.
- b) Berechnen Sie dann M_1 , M_2 , und die Varianz $\sigma^2 = M_2 - M_1^2$.

Aufgabe 3: Binomialverteilung

Hier brauchen Sie einen Taschenrechner. Man berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Stichprobe von $n = 40$ Stück aus einer Produktionsserie von $N = 10000$ Stück und einem Ausschußprozentsatz von 10%.

Wegen der Größe der Produktionsserie können Sie von einer Binomialverteilung ausgehen, $w_n(k)$ wie in der Vorlesung, mit $p = 10\%$.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, unter den 40 ausgewählten Stücken genau 10 Ausschussstücke zu finden?
- b) Welche Wahrscheinlichkeit ergibt sich für höchstens 5 Ausschussstücke in der Stichprobe?
- c) Wie groß ist der Erwartungswert und die Streuung dieser Verteilung?

Aufgabe 4: Rechentrick

Eine Normalverteilung um $\bar{x} = 0$ ist gegeben durch

$$p(x) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad , \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad ,$$

wobei der Ausdruck für A in dieser Aufgabe nicht wichtig ist. Er wurde durch die obige Normierung bestimmt.

Benutzen Sie partielle Integration um zu zeigen, daß der Parameter σ gegeben ist durch

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \quad .$$

Hinweis: Multiplizieren Sie den Integranden mit 1.

Aufgabe 5: Normalverteilung

In einem Betrieb werden Spezialschrauben hergestellt. Die Länge der Schrauben ist eine normalverteilte Zufallsgröße mit Erwartungswert $\bar{x} = 225.7$ mm und einem Streuungsmaß von $\sigma = 1.5$ mm. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Länge einer zufällig ausgewählten Schraube

- a) weniger als 2.5 mm vom Erwartungswert abweicht,
- b) zwischen 224.0 mm und 227.0 mm liegt,
- c) größer als 226.0 mm ist,
- d) mehr als 2.5 mm vom Erwartungswert abweicht,
- e) kleiner als 225.4 mm ist?

Hinweis: Eine Stammfunktion der Gaußschen Glockenkurve kann durch die "Error-Function" berechnet werden,

$$\text{Erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-z^2} dz \quad .$$

Die relevanten Funktionswerte sind

y	$\text{Erf}(y)$
0.1414	0.1586
0.6128	0.6139
0.8014	0.7429
1.1785	0.9044
∞	1