

Aufgabe 1: Kleine Kurvendiskussion

Bestimmen Sie die Extrema (Maxima und Minima bitte angeben), und den Wendepunkt der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 1.$$

Aufgabe 2: Produkt- und Kettenregel

Leiten Sie die folgenden Funktionen nach x ab.

- | | | | |
|----|----------------------------------|----|---------------------------------|
| a) | $y = (2x^2 - 1)^{10}$ | e) | $y = e^{-x^2}$ |
| b) | $y = (x^3 - 2x)(1 - x^3)^5$ | f) | $y = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ |
| c) | $y = \sqrt{1 - x}$ | g) | $y = \ln(1 + \sqrt{1 + x^2})$ |
| d) | $y = \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}$ | h) | $y = x \ln(x)$ |
| | | i) | $y = 2^x$ |

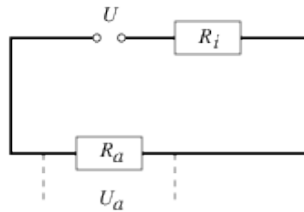
Aufgabe 3: Konservendose

Sie haben ein Stück Blech der Fläche A , aus dem Sie ein geschlossenes, zylindrisches Gefäß schweißen wollen. Wie groß müssen der Durchmesser und die Höhe des Gefäßes sein, damit sein Volumen maximal ist?

bitte wenden

Aufgabe 4: Elektrischer Kreis

Wie groß ist in einem Gleichstromkreis mit der konstanten elektromagnetischen Kraft U und Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle der Außenwiderstand R_a zu wählen, damit die in ihm verbrauchte Leistung ein Maximum erreicht?



Kleine Erinnerungstüte:

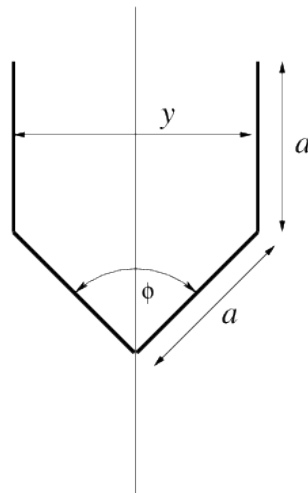
$$U = RI \quad , \quad P = UI$$

$$U_a = R_a I \quad , \quad P_a = U_a I$$

$$R = R_a + R_i \quad ,$$

Aufgabe 5: Rinne

Vier gleich breite Blechstreifen sollen, wie im Bild gezeigt, so zu einer Rinne zusammengeschweisst werden, daß die Durchflussmenge maximal wird. Wie groß ist der Winkel ϕ zu wählen?



Hinweis: Setzen Sie zunächst $\phi/2 = \alpha$ und stellen Sie einen Ausdruck für die Querschnittsfläche auf, z.B.

$$A(\alpha) = 2a^2 \sin(\alpha) + a^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \quad .$$

Die Bedingung $dA/d\alpha = 0$ ergibt eine quadratische Gleichung in $\cos(\alpha)$, mit Lösungen $(-1 \pm \sqrt{3})/2$. Argumentieren Sie, welche Lösung zu einem lokalen Maximum bzw. Minimum führt, und bestimmen Sie α mithilfe eines Taschenrechners. Ergebnis: $\phi \approx 137^\circ$.