Übungen zum Vorkurs Mathematik

vor dem Sommersemester

Dr. Björn O. Lange **Modul G**

Blatt 1 — Ausgabe: jetzt — Abgabe: keine

Aufgabe 1:

a) Man stelle jeweils die Wahrheitstafel auf.

(i) $A \wedge (B \vee C)$, (ii) $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$, (iii) $(\neg A) \vee (\neg B)$, (iv) $A \vee (\neg A)$

b) Man beweise jeweils die Äquivalenz durch Vergleich der Wahrheitstafeln beider Seiten.

(i) $A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$,
(ii) $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$,
(iii) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$,
(iv) $A \wedge (B \vee (\neg B)) \Leftrightarrow A$

Aufgabe 2:

Sei $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ die Menge der ganzen Zahlen. Man bestimme jeweils den Wahrheitswert der Aussage.

(a) $\forall x \in \mathbb{Z} : x > 0$,
(b) $\exists x \in \mathbb{Z} : x > 0$,
(c) $\forall x \in \mathbb{Z}\ \forall y \in \mathbb{Z} : x > y$,
(d) $\forall x \in \mathbb{Z}\ \exists y \in \mathbb{Z} : x > y$,
(e) $\exists y \in \mathbb{Z}\ \forall x \in \mathbb{Z} : x > y$,
(f) $\exists x \in \mathbb{Z}\ \exists y \in \mathbb{Z} : x > y$

Aufgabe 3:

Entscheiden Sie jeweils, ob die zweite Aussage die formale Verneinung der ersten Aussage ist. Falls das nicht der Fall sein sollte, geben Sie für beide Aussagen jeweils eine korrekte Verneinung an.

a) Die Zahl 4 ist durch 2 teilbar. – Die Zahl 4 ist durch 3 teilbar.

b) Die Zahl 6 ist durch 3 teilbar. – Die Zahl 6 ist nicht durch 3 teilbar.

c) Alle Zahlen sind gerade. – Alle Zahlen sind ungerade.

d) Jede gerade Zahl größer 2 läßt sich als Summe zweier Primzahlen darstellen. – Es gibt eine gerade Zahl $n > 2$, so daß für Primzahlen p und q stets $p + q \neq n$ gilt.

bitte wenden

Aufgabe 4:

Sei $A = \{1,2\}$ und $B = \{2,3\}$ sowie $C = \{1,2,3,4\}$. Man bilde die folgenden Mengen.

(a)	$A \cup B$,	(b)	$A \cap B$,	(c)	$(A \cup B) \cup C$,	(d)	$(A \cap B) \cap C$,
(e)	$(A \cup B) \cap C$,	(f)	$(A \cap B) \cup C$,	(g)	$A \setminus B$,	(h)	$B \setminus A$,
(i)	$(A \setminus B) \setminus C$,	(j)	$A \setminus (B \setminus C)$,	(k)	$A \times A$,	(l)	$A \times B$

Aufgabe 5:

Man entscheide jeweils, ob die Aussage gilt.

(a)	$1 \in \{1,2\}$,	(b)	$3 \in \{1,2\}$,	(c)	$\{1\} \in \{1,2\}$,	(d)	$1 \in \emptyset$,
(e)	$\emptyset \in \{1,2\}$,	(f)	$\{1\} \in \{\{1,2\}\}$,	(g)	$\{1\} \in \{\{1\},\{2\}\}$,	(h)	$1 \in \{\{1\}\}$,
(i)	$\{1,2\} = \{2,1\}$,	(j)	$\{1,1\} = \{1\}$,	(k)	$\{1,\{1\}\} = \{1\}$,	(l)	$\{\emptyset\} = \emptyset$,
(m)	$\{1\} \subseteq \{1,2\}$,	(n)	$\{1\} \subseteq \{\{1\}\}$,	(o)	$1 \subseteq \{1,2\}$,	(p)	$\emptyset \subseteq \{1,2\}$

Aufgabe 6:

Stellen Sie die Menge M in Intervallschreibweise dar, sofern möglich.

(a)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ und } x \leq 2\}$,	(b)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ oder } x \leq 2\}$,
(c)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ oder } x \geq 2\}$,	(d)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ und } x \leq 2\}$,
(e)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 4\}$,	(f)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 4\}$,
(g)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^3 < 8\}$,	(h)	$M = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ und } \frac{1}{x} \leq 1\}$,
(i)	$M = [1,3) \cup (2,4]$,	(j)	$M = [1,3) \cap (2,4]$